Formules et constantes pour le calcul pour la projection cylindrique conforme à axe oblique et pour la transformation entre des systèmes de référence

Septembre 2001

1 Éléments de base

1.1 Résumée des systèmes et cadres de référence utilisés en Suisse

Système	Cadres	ellipsoïde	projection de carte
ETRS89	ETRF93	GRS80	(UTM)
CHTRS95	CHTRF95, CHTRF98	GRS80	(UTM, zone 32)
CH1903	MN03	Bessel 1841	proj. cylindrique conforme à axe oblique
CH1903+	MN95	Bessel 1841	proj. cylindrique conforme à axe oblique

Le système de référence 3D **CHTRS95** (Swiss Terrestrial Reference System 1995) est basé très fort sur le système européen **ETRS89** et est identique à ce système pour l'époque. Puisque, jusqu'à maintenant, il n'y a pas de raisons de changer, ces deux systèmes vont rester identiques pour quelque temps. Les cadres de référence CHTRF95 et CHTRF98, réalisés jusqu'à maintenant, se basent sur les coordonnées géocentriques de la station fondamentale à Zimmerwald dans ETRF93 à l'époque 1993.0.
Le système de référence local **CH1903+** avec le cadre de référence **MN95** (mensuration nationale 1995) est dérivé du CHTRS95. On a fait attention que CH1903+ s'approche le plus possible au système existant CH1903. Les paramètres qui définissent ce système étaient transférés du vieux point fondamental (vieux observatoire de Berne, qui n'existe plus) au nouveau point fondamental à Zimmerwald.
A cause des distorsions locales de MN03, les deux cadres de référence MN03 et MN95 peuvent différer de jusqu'à 1.6 mètres. Ces distorsions sont modelés par des transformations affines locales (programme FINELTRA).

1.2 Systèmes altimétriques utilisés en Suisse

Le système altimétrique officiel **LN02** était défini en 1902 en fixant l'altitude du Repère Pierre du Niton H(RPN)=373.6 m à Genève, qui est dérivé d'un mesure de rattachement au marégraphe de Marseille. Les altitudes des repères du nivellement étaient déterminés par des simples mesures de nivellement sans considérer des valeurs gravimétriques et en tenant fixes les altitudes des points nodaux du 'Nivellement de Précision' (1864 - 1891).
Le nouveau système altimétrique **RNA95** (réseau national altimétrique 1995) est basé également à l'altitude du RPN. Mais on a défini le potentiel de la station à Zimmerwald comme constante définissante, qui est dérivé du potentiel du RPN. Les altitudes des point du RNA95 sont déterminés dans un calcul cinématique du nivellement nationale en considérant des mesures gravimétriques. Les altitudes orthométriques, dérivés des potentiels sont les valeurs publiées.
Pour l'échange des données avec les pays voisins, on a défini encore le système altimétrique **CHVN95**. Il est jusqu'à maintenant identique au système européen EVRS2000. Il est basé sur la définition de l'hauteur du marégraphe de Amsterdam (NAP) et sur les résultats du nivellement européen (REUN). Les informations altimétriques dans ce système sont échangés en formes de potentiels ou d'altitudes normaux.

La relation entre les altitudes physiques de RNA95 et CHVN95 et les hauteurs ellipsoïdiques de CH1903+ et CHTRS95 se fait avec le modèle de géoïde **CHGEO98**.

1.3 Ellipsoïdes de référence utilisés en Suisse

ellipsoïde	demi-grd axe a [m]	demi-petit axe b [m]	aplatissem. 1/f	1[ère] excent. num. e^2
Bessel 1841	6377397.155	6356078.962822	299.15281285	0.006674372230614
GRS 80	6378137.000	6356752.314140	298.257222101	0.006694380023011
WGS 84	6378137.000	6356752.314245	298.257223563	0.006694379990197

Aplatissement : $f = \frac{a - b}{a}$

Carré de la première excentricité numérique : $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

1.4 Paramètres de transformation CHTRS95/ETRS89 ⇔ CH1903(+)

Ces paramètres sont utilisés dès 1997 pour la transformation entre CHTRS95 et CH1903+. Mais Ils sont aussi utilisables sans restrictions pour les systèmes ETRS89 et CH1903. En cas de CH1903 on doit être conscient, que à cause des distorsions locales de ce réseau les coordonnées transformées peuvent différer des coordonnées officielles jusqu'à 1.5 mètres.

$$\mathbf{X_{CH1903+} = X_{CHTRS95} - 674.374\ m}$$

$$\mathbf{Y_{CH1903+} = Y_{CHTRS95} - 15.056\ m}$$

$$\mathbf{Z_{CH1903+} = Z_{CHTRS95} - 405.346\ m}$$

1.5 Paramètres Granit87

Ces paramètres étaient utilisés entre 1987 et 1997 pour la transformation entre CH1903 et WGS84. Nous ne recommandons plus leur utilisation.

$dX = 660.077$ m
$dY = 13.551$ m
$dZ = 369.344$ m
$s = 1.00000566$ ($m = 5.66$ ppm)

$\alpha = r_x = 2.484$ cc (secondes centésimales)
$\beta = r_y = 1.783$ cc (secondes centésimales)
$\gamma = r_z = 2.939$ cc (secondes centésimales)

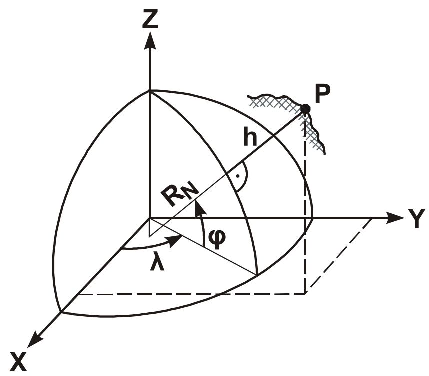
Les formules de calcul sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} X_{WGS84} \\ Y_{WGS84} \\ Z_{WGS84} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{pmatrix} + s \cdot D \cdot \begin{pmatrix} X_{CH1903} \\ Y_{CH1903} \\ Z_{CH1903} \end{pmatrix}$$ avec la matrice de rotation $D = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$ et ses éléments

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \cos\beta \cos\gamma \\
r_{21} &= -\cos\beta \sin\gamma \\
r_{31} &= \sin\beta \\
r_{12} &= \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma \\
r_{22} &= \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \\
r_{32} &= -\sin\alpha \cos\beta \\
r_{13} &= \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\
r_{23} &= \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\
r_{33} &= \cos\alpha \cos\beta
\end{aligned}$$

2 Conversion entre coordonnées ellipsoïdiques et coordonnées cartésiennes géocentriques

2.1 Coordonnées ellipsoïdiques (longitude λ, latitude φ, hauteur h) ⇒ coordonnées cartésiennes géocentriques X, Y, Z



$$X = (R_N + h) \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda$$
$$Y = (R_N + h) \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda$$
$$Z = \left(R_N \cdot \left(1 - e^2\right) + h\right) \cdot \sin\varphi$$

avec rayon normal de courbure: $R_N = \dfrac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}}$

Les paramètres a et e sont dépendent de l'ellipsoïde de référence utilisé :

a = demi-grand axe de l'ellipsoïde
b = demi-petit axe de l'ellipsoïde

e = première excentricité numérique de l'ellipsoïde = $\dfrac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

2.2 Coordonnées cartésiennes géocentriques X, Y, Z ⇒ coordonnées ellipsoïdiques (longitude λ, latitude φ, hauteur h)

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{\dfrac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}}{1 - \dfrac{R_N \cdot e^2}{R_N + h}}\right) \qquad h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos\varphi} - R_N$$

avec $R_N = \dfrac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}}$

Avertissement : Les grandeurs φ, R_N et h sont dépendantes les unes des autres, raison pour laquelle elles doivent être déterminées par l'intermédiaire d'un **processus itératif** (à partir d'une valeur approchée φ_0):

Proposition de valeur approchée pour φ_0: $\varphi_0 = \arctan\dfrac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$

3 Formules de la projection suisse

3.1 Désignations, constantes, grandeurs auxiliaires

Désignations

φ, λ:	latitude et longitude géograph. dans le système de référence CH1903/03+ par rapport à Greenwich
b, l :	coordonnées sphériques par rapport à l'origine à Berne
$\bar{b}, \bar{l}$:	coordonnées sphériques par rapport au système pseudo-équatorial à Berne
Y, X :	coordonnées civiles
y, x :	coordonnées nationales (coordonnées militaires) en MN03 ou MN95

Sauf indication contraire, on supposera que les unités utilisées dans les formules sont le radian [rad] pour les angles et le mètre [m] pour les longueurs.

Constantes

a	=	6377397.155 m	demi-grand axe de l'ellipsoïde de Bessel
E^2	=	0.006674372230614	carré de la première excentricité numérique de l'ellipsoïde de Bessel (*)
φ_0	=	46° 57' 08.66"	latitude géographique de l'origine à Berne (**)
λ_0	=	7° 26' 22.50"	longitude géographique de l'origine à Berne (**)

(*) La première excentricité numérique est désignée par E dans les formules présentées dans ces annexes afin de la distinguer de la constante d'Euler e.

(**) Il s'agit ici des 'anciennes valeurs' dont la validité s'étend encore à toutes les applications géodésiques. Les 'nouvelles valeurs' (issues d'une nouvelle détermination des coordonnées astronomiques de l'ancien observatoire astronomique de Berne en 1938 : φ_0 = 46° 57' 07.89", λ_0 = 7° 26' 22.335") n'ont été utilisées qu'à des fins cartographiques (indications des latitudes et des longitudes sur les cartes nationales). Nous ne conseillons pas l'emploi de ces valeurs.

Calcul de grandeurs auxiliaires

Rayon de la sphère de projection:
$$R = \frac{a \cdot \sqrt{1-E^2}}{1-E^2 \sin^2 \varphi_0} \qquad = 6378815.90365 \text{ m}$$

Rapport des longitudes (de la sphère à l'ellipsoïde):
$$\alpha = \sqrt{1+\frac{E^2}{1-E^2} \cdot \cos^4 \varphi_0} \qquad = 1.00072913843038$$

Latitude de l'origine sur la sphère:
$$b_0 = \arcsin\left(\frac{\sin \varphi_0}{\alpha}\right) \qquad = 46° 54' 27.83324844"$$

Constante de la formule des latitudes:
$$K = \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b_0}{2}\right)\right) - \alpha \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_0}{2}\right)\right) + \frac{\alpha \cdot E}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+E \cdot \sin\varphi_0}{1-E \cdot \sin\varphi_0}\right) \qquad = 0.0030667323772751$$

3.2 Coordonnées ellipsoïdiques (λ, φ) ⇒ coordonnées suisses en projection (y, x) (formules rigoureuses)

Les résultats intermédiaires sont relatifs à l'exemple Rigi avec les valeurs suivantes :

φ = 47° 03' 28.95659233" = 0.821317799 rad
λ = 8° 29' 11.11127154" = 0.148115967 rad

a) Ellipsoïde (φ, λ) ⇒ Sphère (b, l) (projection de Gauss)

Grandeur auxiliaire:

$$S = -\alpha \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right) - \frac{\alpha \cdot E}{2} \cdot \ln\left(\frac{1 + E \cdot \sin\varphi}{1 - E \cdot \sin\varphi}\right) + K$$

= 0.931969601072417

Latitude sphérique:

$$b = 2 \cdot (\arctan\left(e^{S}\right) - \frac{\pi}{4})$$

= 0.820535226 rad
(= 47° 00' 47.539422864")

Longitude sphérique:

$$l = \alpha \cdot (\lambda - \lambda_0)$$

= 0.0182840649 rad
(= 1° 02' 51.3591108468")

b) Système équatorial (b, l) ⇒ système pseudo-équatorial ($\bar{b}$, $\bar{l}$) (rotation)

$$\bar{l} = \arctan\left(\frac{\sin l}{\sin b_0 \cdot \tan b + \cos b_0 \cdot \cos l}\right)$$

= 0.0124662714 rad
(= 0° 42' 51.3530463924")

$$\bar{b} = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin b - \sin b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l\right)$$

= 0.00192409259 rad
(= 0° 06' 36.8725855284")

c) Sphère ($\bar{b}$, $\bar{l}$) ⇒ plan de projection (y, x) (projection de Mercator)

$$Y = R \cdot \bar{l}$$

= 79520.05
y_{LV03} = Y + 600000 = 679520.05
y_{LV95} = Y + 2600000 = 2679520.05

$$X = \frac{R}{2} \cdot \ln\left(\frac{1 + \sin\bar{b}}{1 - \sin\bar{b}}\right)$$

= 12273.44
x_{LV03} = X + 200000 = 212273.44
x_{LV95} = X + 1200000 = 1212273.44

3.3 Coordonnées suisses en projection (y, x) ⇒ coordonnées ellipsoïdiques (λ, φ) (formules rigoureuses)

Le point Rigi (MN03) a été utilisé à titre d'exemple: $y = 679520.05$
$x = 212273.44$

a) Plan de projection (y, x) ⇒ sphère ($\bar{b}, \bar{l}$)

$Y = y_{MN03} - 600'000$	$Y = y_{MN95} - 2'600'000$	$= 79520.05$
$X = x_{MN03} - 200'000$	$X = x_{MN95} - 1'200'000$	$= 12273.44$

$$\bar{l} = \frac{Y}{R} \qquad 0.01246627136 \text{ rad}$$

$$\bar{b} = 2 \cdot \left[\arctan\left(e^{\frac{X}{R}} \right) - \frac{\pi}{4} \right] \qquad 0.00192409259 \text{ rad}$$

b) Système pseudo-équatorial ($\bar{b}, \bar{l}$) ⇒ système équatorial (b, l)

$$b = \arcsin\left(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l}\right) \qquad = 0.820535226 \text{ rad}$$

$$l = \arctan\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \tan \bar{b}} \right) \qquad = 0.0182840649 \text{ rad}$$

c) Sphère (b, l) ⇒ ellipsoïde (φ, λ)

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{l}{\alpha} \qquad = 0.148115967 \text{ rad}$$

$= 8° \, 29' \, 11.111272''$

$$S = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{\alpha} \left[\ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right) - K \right] + E \cdot \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arcsin(E \cdot \sin\varphi)}{2} \right)$$

$$\varphi = 2 \arctan\left(e^S\right) - \frac{\pi}{2}$$

Les équations pour φ et S doivent être résolues de manière **itérative**. Il est recommandé d'utiliser φ = b comme valeur initiale.

Les itérations successives fournissent les résultats suivants :

Itération 0 :	S = 0	φ = 0.820535226
Itération 1 :	S = 0.933114264192610	φ = 0.821315364725524
Itération 2 :	S = 0.933117825679560	φ = 0.821317791017021
Itération 3 :	S = 0.933117836751434	φ = 0.821317798559814
Itération 4 :	S = 0.933117836785854	φ = 0.821317798583263
Itération 5 :	S = 0.933117836785961	φ = 0.821317798583336
Itération 6 :	S = 0.933117836785961	φ = 0.821317798583336
		φ = 47° 03' 28.956592"

3.4 coordonnées suisses en projection (y, x) ⇒ coordonnées ellipsoïdiques (φ, λ) (formules approchées)

Simplifications tirées de: [Bolliger 1967]

Désignations et unités de mesure

φ, λ = latitude et longitude géographiques par rapport à Greenwich **en [10000 "]**
Y, X = coordonnées civiles dans le système de projection suisse **en [1000 km]**
y, x = coordonnées nationales ou coord. militaires MN03, resp. Mn95 **en [1000 km]**

Calcul

$Y = y_{MN03} - 0.6$ $\quad$ $X = x_{MN03} - 0.2$ resp.
$Y = y_{MN95} - 2.6$ $\quad$ $X = x_{MN95} - 1.2$

$\lambda = 2.67825 + a1*Y + a3*Y^3 + a5*Y^5$ avec

$$a1 = +4.729\,730\,56 + 0.792\,571\,4 * X + 0.132\,812 * X^2 + 0.025\,50 * X^3 + 0.004\,8 * X^4$$

$$a3 = -0.044\,270 - 0.025\,50 * X - 0.009\,6 * X^2$$

$$a5 = +0.000\,96$$

$\varphi = 16.902866 + p0 + p2*Y^2 + p4*Y^4$ avec

$$p0 = 0 + 3.238\,648\,77 * X - 0.002\,548\,6 * X^2 - 0.013\,245 * X^3 + 0.000\,048 * X^4$$

$$p2 = -0.271\,353\,79 - 0.045\,044\,2 * X - 0.007\,553 * X^2 - 0.001\,46 * X^3$$

$$p4 = +0.002\,442 + 0.001\,32 * X$$

Erreur d'approximation (pour IYI < 0.2 et IXI < 0.1):

pour une approximation limitée au 3ème ordre: Δλ < 0.16" et Δφ < 0.04"
pour une approximation limitée au 5ème ordre: Δλ < 0.00014" et Δφ < 0.00004"

L'exemple numérique précédent (le point Rigi) peut être utilisé aux fins de contrôle du calcul. D'autres formules approchées et des exemples numériques supplémentaires peuvent être trouvés dans [Bolliger 1967].

3.5 Coordonnées ellipsoïdiques (λ, φ) ⇒ coordonnées suisses en projection (y, x) (formules approchées)

Simplifications tirées de: [Bolliger 1967]

Désignations et unités de mesure

φ, λ = Latitude et longitude géographiques par rapport à Greenwich **en [10'000 "]**
Y, X = coordonnées civiles dans le système de projection suisse **en [1000 km]**
y, x = coordonnées nationales ou militaires MN03, resp. MN95 **en [1000 km]**

Grandeurs auxiliaires:

$\Phi = \varphi - 16.902866''$

$\Lambda = \lambda - 2.67825''$

Calcul

$Y = y1 \cdot \Lambda + y3 \cdot \Lambda^3 + y5 \cdot \Lambda^5$ avec

$$y1 = +0.211\,428\,533\,9 - 0.010\,939\,608 \cdot \Phi - 0.000\,002\,658 \cdot \Phi^2 - 0.000\,008\,53 \cdot \Phi^3$$

$$y3 = -0.000\,044\,232\,7 + 0.000\,004\,291 \cdot \Phi - 0.000\,000\,309 \cdot \Phi^2$$

$$y5 = +0.000\,000\,019\,7$$

$X = x0 + x2 \cdot \Lambda^2 + x4 \cdot \Lambda^4$ avec

$$x0 = 0 + 0.308\,770\,746\,3 \cdot \Phi + 0.000\,075\,028 \cdot \Phi^2 + 0.000\,120\,435 \cdot \Phi^3 + 0 \cdot \Phi^4 + 0.000\,000\,07 \cdot \Phi^5$$

$$x2 = +0.003\,745\,408\,9 - 0.000\,193\,792\,7 \cdot \Phi + 0.000\,004\,340 \cdot \Phi^2 - 0.000\,000\,376 \cdot \Phi^3$$

$$x4 = -0.000\,000\,734\,6 + 0.000\,000\,144\,4 \cdot \Phi$$

$y_{LV03} = Y + 0.6$ $x_{LV03} = X + 0.2$ resp.
$y_{LV95} = Y + 2.6$ $x_{LV95} = X + 1.2$

Erreur d'approximation (pour $|\Lambda| < 1.0$ et $|\Phi| < 0.316$):

pour une approximation limitée au 3ème ordre:	ΔY <	1.2	m	et	ΔX <	0.75 m
pour une approximation limitée au 5ème ordre:	ΔY <	0.001	m	et	ΔX <	0.0007 m

L'exemple numérique précédent (le point Rigi) peut être utilisé aux fins de contrôle du calcul. D'autres formules approchées et des exemples numériques supplémentaires peuvent être trouvés dans [Bolliger 1967].

3.6 Formules pour la convergence des méridiens et l'altération linéaire

Les altérations dues à la projection peuvent être décrites en totalité par la **convergence des méridiens μ** (angle entre la direction du nord ellipsoïdique et la direction du nord de la projection) et l'**altération linéaire m** (rapport entre deux distances infinitésimales, en projection et sur l'ellipsoïde) :

Convergence des méridiens: $$\mu = \arctan \frac{\sin b_0 \cdot \sin l}{\cos b_0 \cdot \cos b + \sin b_0 \cdot \sin b \cdot \cos l}$$

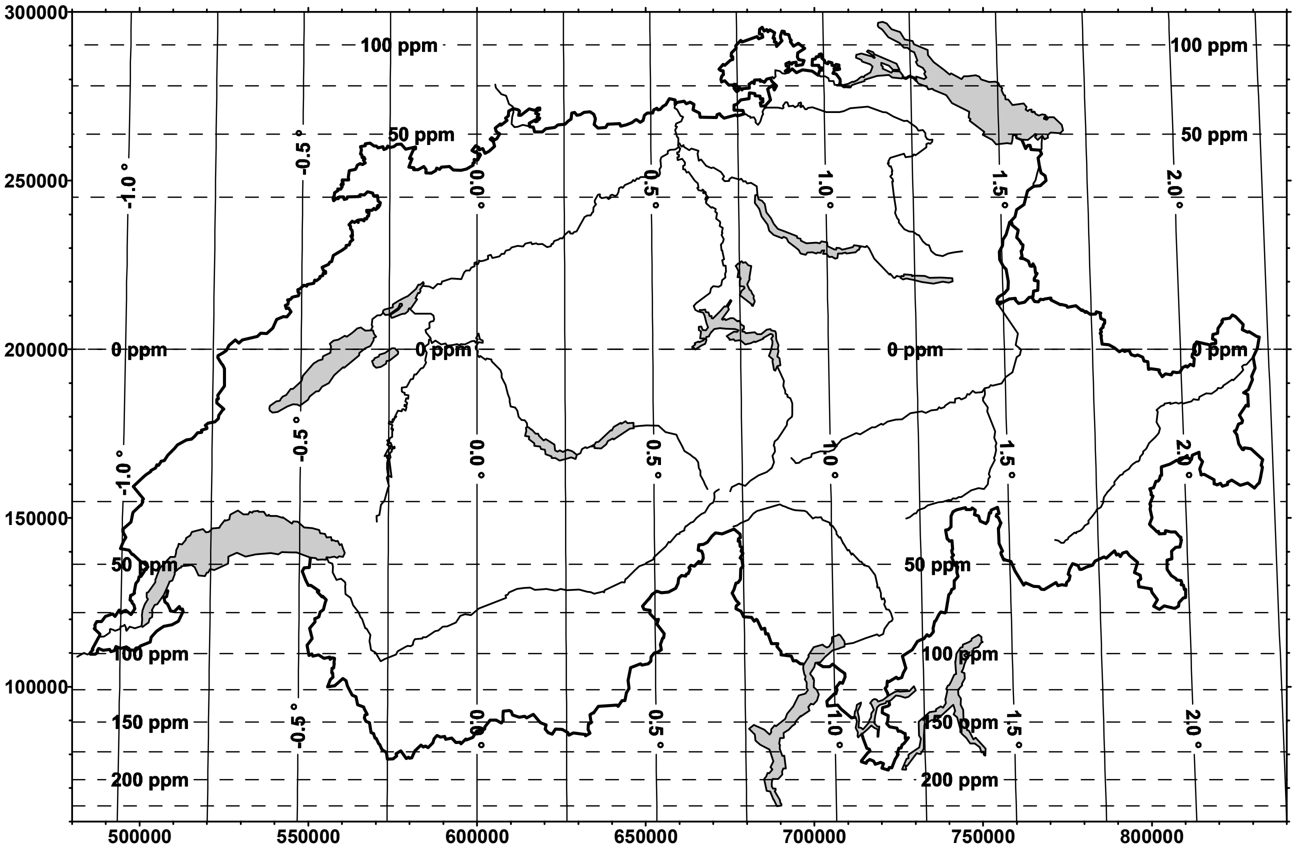
Formule approchée: $$\mu = 10.668 \cdot 10^{-6} \cdot Y + 1.788 \cdot 10^{-12} \cdot Y \cdot X - 0.14 \cdot 10^{-18} \cdot Y^3$$

Y et X désignent les coordonnées en projection dans le système civil en [m]. La convergence des méridiens μ est exprimée en grades (gons).

Altération linéaire (terme principal): $$m = \frac{s_{proj}}{s_{ell}} = \alpha \cdot \frac{R}{R_N} \cdot \frac{\cos b}{\cos \varphi \cdot \cos \bar{b}}$$

Formule approchée: $$m = 1 + \frac{X^2}{2R^2}$$

Exemple: Point Rigi (y = 679520.05, x = 212273.44)
des coord. géographiques: μ = 0.8499955 gon, m = 1.000001852
des formules approximatives: μ = 0.8499946 gon, m = 1.000001851



Représentation de la convergence des méridiens (en degrés) et de l'altération linéaire (en pointillés, en ppm)

4 Formules approchées CH1903 ⇔ WGS84

4.1 Formules approchées pour la transformation directe de: coordonnées ellipsoïdiques WGS84 (λ, φ, h) ⇒ coordonnées suisses en projection (y, x, h')

(Précision de l'ordre du mètre)

D'après: [H. Dupraz, Transformation approchée de coordonnées WGS84 en coordonnées nationales suisses, IGEO-TOPO, EPFL, 1992]

Les paramètres ont été redéterminés par U. Marti (en mai 1999) . Les unités ont par ailleurs été adaptées de façon à permettre la comparaison avec les formules de [Bolliger 1967].

Ces formules ne doivent pas être utilisées pour la mensuration officielle ni pour des applications géodésiques !

1. Les latitudes φ et les longitudes λ sont à convertir en secondes sexagésimales ["]

2. Les grandeurs auxiliaires suivantes sont à calculer (les écarts en latitude et en longitude par rapport à Berne sont exprimés dans l'unité [10000"]) :

$$\varphi' = (\varphi - 169028.66\,'')/10000$$
$$\lambda' = (\lambda - 26782.5\,'')/10000$$

3.

$$
\begin{array}{llrll}
y\,[m] = & & 600072.37 & & \\
 & + & 211455.93 & *\,\lambda' & \\
 & - & 10938.51 & *\,\lambda' & *\,\varphi' \\
 & - & 0.36 & *\,\lambda' & *\,\varphi'^2 \\
 & - & 44.54 & *\,\lambda'^3 & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llrll}
x\,[m] = & & 200147.07 & & \\
 & + & 308807.95 & & *\,\varphi' \\
 & + & 3745.25 & *\,\lambda'^2 & \\
 & + & 76.63 & & *\,\varphi'^2 \\
 & - & 194.56 & *\,\lambda'^2 & *\,\varphi' \\
 & + & 119.79 & & *\,\varphi'^3 \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llrll}
h'\,[m] = & h - & 49.55 & & \\
 & + & 2.73 & *\,\lambda' & \\
 & + & 6.94 & & *\,\varphi' \\
\end{array}
$$

4. Exemple numérique :

données :	φ = 46° 2' 38.87"	λ = 8° 43' 49.79"	h = 650.60 m
⇒	φ' = -0.326979	λ' = 0.464729	
⇒	y = 699 999.76 m	x = 99 999.97 m	h' = 600.05 m
résultat NAVREF:	y = 700 000.0 m	x = 100 000.0 m	h' = 600 m

La précision de ces solutions approchées est inférieure à 1 mètre en planimétrie et à 0.5 mètre en altimétrie sur l'ensemble du territoire suisse.

Remarque sur les hauteurs: Dans ces formules, il est supposé qu'on travaille avec des hauteurs ellipsoïdiques, comme par ex. résultats de mesures GPS. Si l'on travaille avec des 'altitudes au-dessus du niveau de la mer', il est inutile de les transformer. En effet, les altitudes sont équivalentes dans les deux systèmes avec une précision de l'ordre du mètre.

4.2 Formules approchées pour la transformation directe de: coordonnées suisses en projection (y, x, h') ⇒ coordonnées ellipsoïdiques WGS84 (λ, φ, h)

(Précision de l'ordre de 0.1")

Il s'agit ici d'une dérivation effectuée par U. Marti en mai 1999, sur la base des formules de [Bolliger, 1967]

Ces formules ne doivent pas être utilisées pour la mensuration officielle ni pour des applications géodésiques !

1. Les coordonnées en projection y (coordonnée est) et x (coordonnée nord) sont à convertir dans le système civil (Berne = 0 / 0) et à exprimer dans l'unité [1000 km] :

$$y' = (y - 600000\text{ m})/1000000$$
$$x' = (x - 200000\text{ m})/1000000$$

2. La longitude et la latitude sont à calculer dans l'unité [10000"] :

$$\begin{aligned}\lambda' = {} & 2.6779094 \\ & + 4.728982 \cdot y' \\ & + 0.791484 \cdot y' \cdot x' \\ & + 0.1306 \cdot y' \cdot x'^2 \\ & - 0.0436 \cdot y'^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi' = {} & 16.9023892 \\ & + 3.238272 \cdot x' \\ & - 0.270978 \cdot y'^2 \\ & - 0.002528 \cdot x'^2 \\ & - 0.0447 \cdot y'^2 \cdot x' \\ & - 0.0140 \cdot x'^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h\,[\text{m}] = {} & h' + 49.55 \\ & - 12.60 \cdot y' \\ & - 22.64 \cdot x'\end{aligned}$$

3. La longitude et la latitude sont à convertir dans l'unité [°] :

$$\lambda = \lambda' * 100 / 36$$
$$\varphi = \varphi' * 100 / 36$$

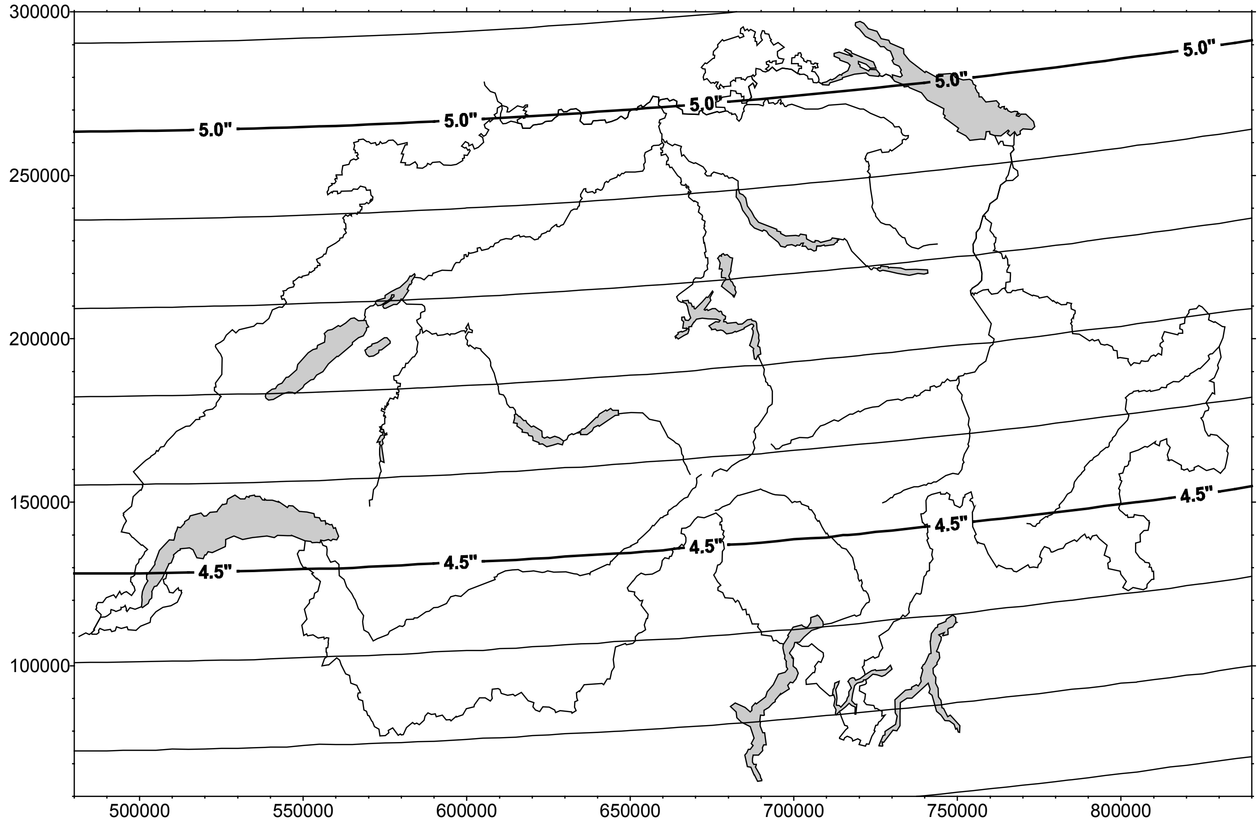
4. Exemple numérique :

données :	y = 700 000 m	x = 100 000 m	h' = 600 m
⇒	y' = 0.1	x' = -0.1	
⇒	λ' = 3.14297976	φ' = 16.57588564	h = 650.55 m
⇒	λ = 8° 43' 49.80"	φ = 46° 02' 38.86"	
résultat NAVREF:	λ = 8° 43' 49.79"	φ = 46° 02' 38.87"	h = 650.60 m

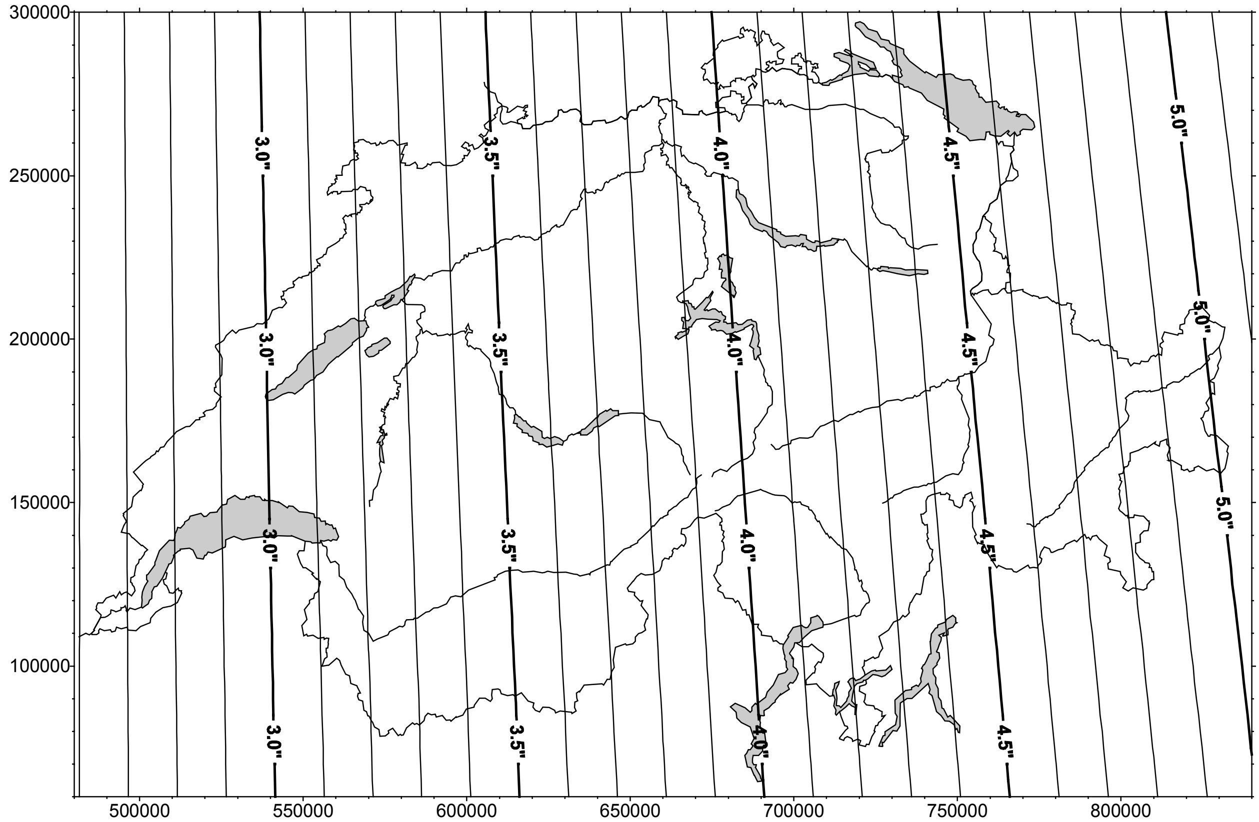
La précision de ces solutions approchées est inférieure à 0.12" en longitude, 0.08" en latitude et 0.5 mètre en altitude sur l'ensemble du territoire suisse.

Remarque sur les hauteurs: Dans ces formules, il est supposé qu'on travaille avec des hauteurs ellipsoïdiques, comme par ex. résultats de mesures GPS. Si l'on travaille avec des 'altitudes au-dessus du niveau de la mer', il est inutile de les transformer. En effet, les altitudes sont équivalentes dans les deux systèmes avec une précision de l'ordre du mètre.

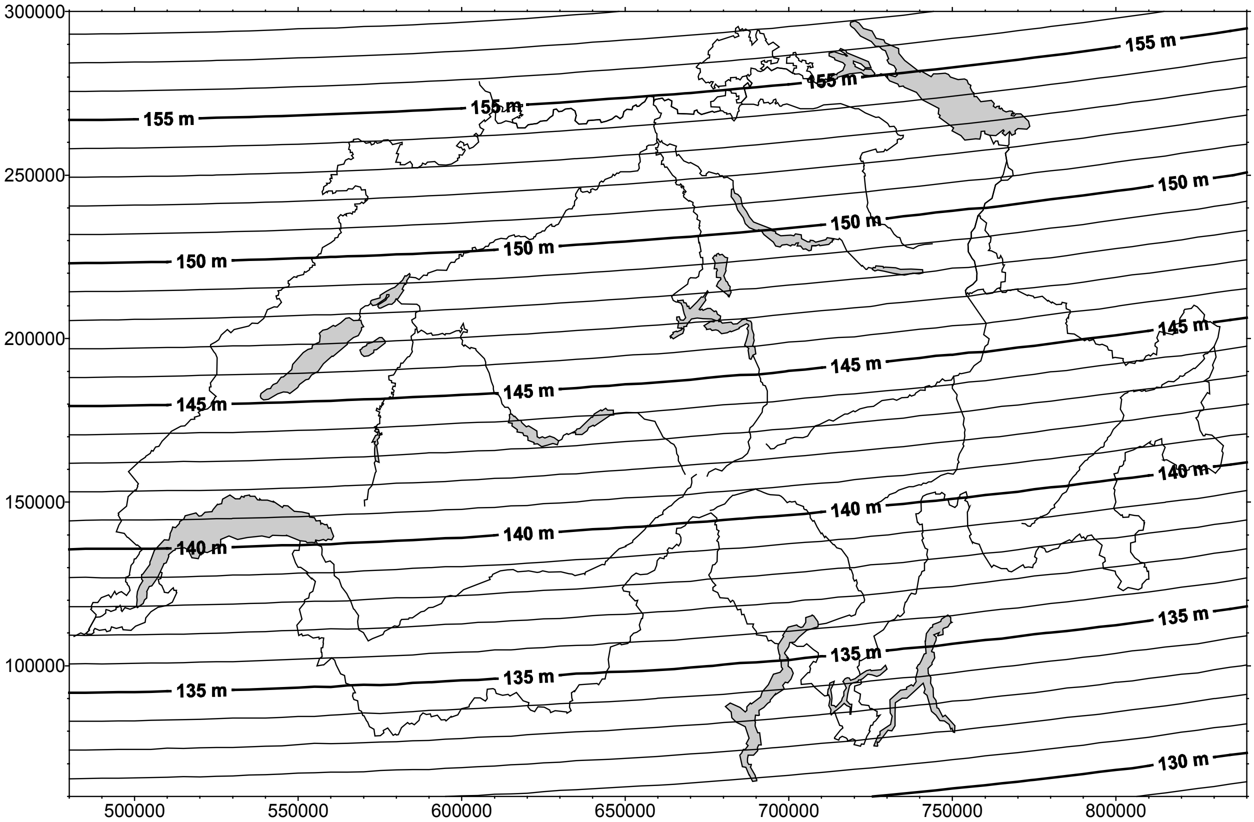
5 Représentation graphique des différences entre CH1903 et WGS84



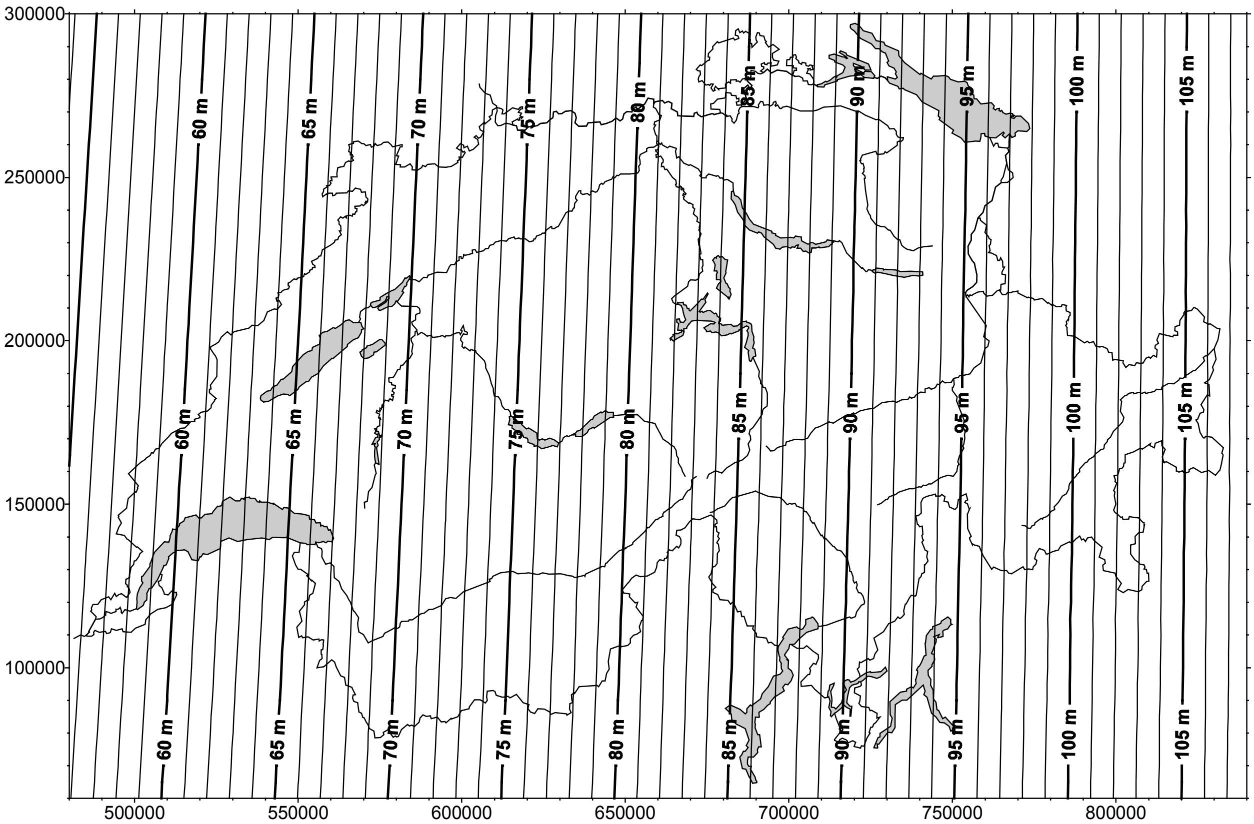
Différences en latitude, CH1903 moins WGS84 (en secondes d'arc)



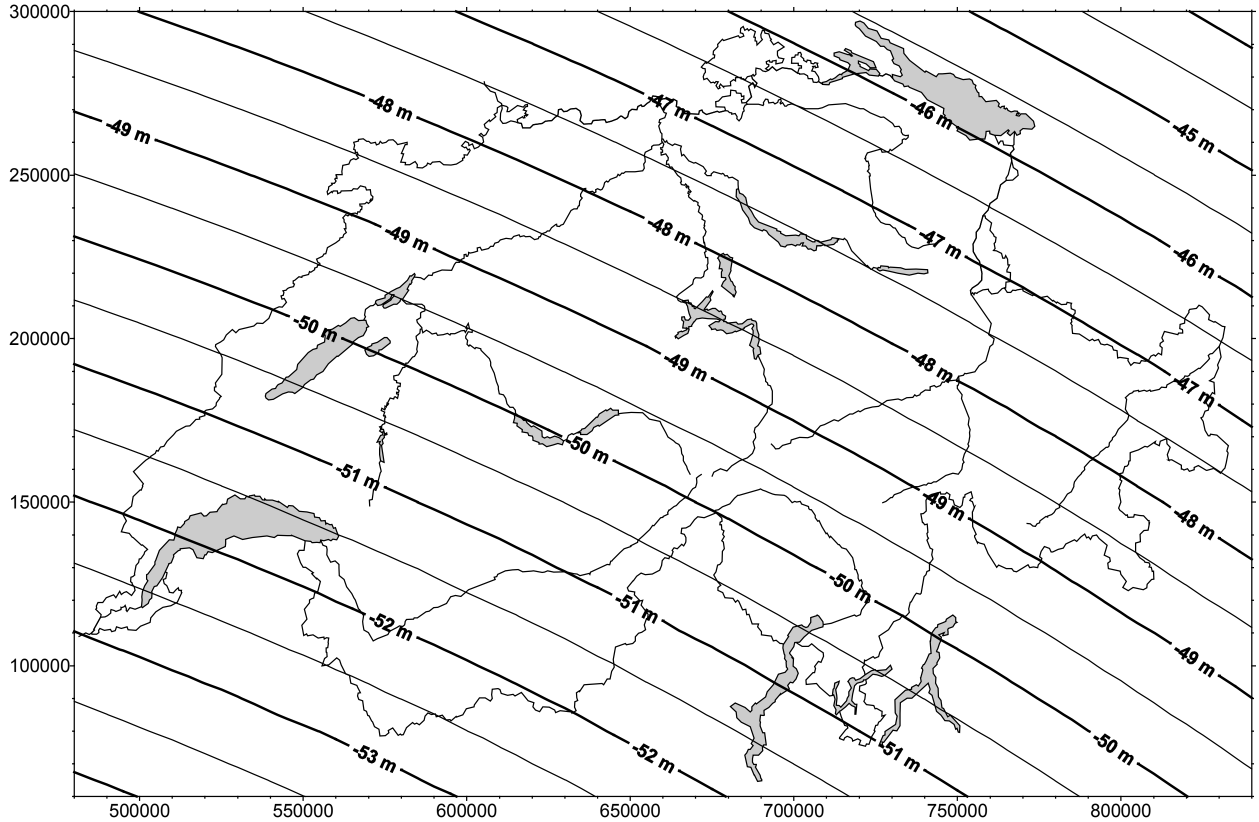
Différences en longitude, CH1903 moins WGS84 (en secondes d'arc)



Différences en latitude, CH1903 moins WGS84 (converties en mètres)



Différences en longitude, CH1903 moins WGS84 (converties en mètres)



Différences entre élévations (ellipsoïdiques), CH1903 moins WGS84

6 Exemples numériques

Transformation de coordonnées MN95 ⇒ ETRF93 (~WGS84)

Coordonnées suisses en projection MN95 avec des altitudes orthométriques

```
$$PK MN95.pk                                              30.03.1999 14:02
Zimmerwald                2602030.77..1191775.06..       897.9063
Chrischona                2617306.92..1268507.87..       455.9016
Pfaender                  2776668.59..1265372.25..      1042.5898
La Givrine                2497312.65..1145626.14..      1207.4658
Monte Generoso            2722649.39..1087786.37..      1692.9974
```

⇒ Calcul et addition des cotes du géoïde (programme CHGEO98R) ⇒

Coordonnées suisses en projection MN95 avec des élévations ellipsoïdiques

```
$$PE used Geoid Model: CHGEO98R (Marti 1998) MN95         07.04.1999 10:38
Zimmerwald                2602030.77  1191775.06         897.3627         -.5436 98 CH
Chrischona                2617306.92  1268507.87         457.1300         1.2284 98 CH
Pfaender                  2776668.59  1265372.25        1043.6200         1.0302 98 CH
La Givrine                2497312.65  1145626.14        1206.3400        -1.1258 98 CH
Monte Generoso            2722649.39  1087786.37        1690.6600        -2.3374 98 CH
```

⇒ Conversion en

Coordonnées et élévations ellipsoïdiques par rapport à CH1903+

```
$$EL coordonnées ellipsoïdiques en CH1903+                07.04.1999 10:44
Zimmerwald                   7 27 58.417745   46 52 42.270255       897.3627
Chrischona                   7 40 10.574820   47 34  6.404965       457.1300
Pfaender                     9 47  8.465984   47 31   .092648      1043.6200
La Givrine                   6  6  9.983811   46 27 19.272743      1206.3400
Monte Generoso               9  1 15.646553   45 55 54.253090      1690.6600
```

⇒ Conversion en

Coordonnées cartésiennes géocentriques par rapport à CH1903+

```
$$3D Coordonnées cartésiennes géocentriques en CH1903+      07.04.1999 10:45
Zimmerwald                 4330616.71244   567539.79285  4632721.68605
Chrischona                 4272473.55710   575353.23757  4684498.28763
Pfaender                   4252889.17730   733507.30318  4681046.76046
La Givrine                 4377121.12355   467993.58998  4600671.91414
Monte Generoso             4389438.95988   696869.11597  4560727.60896
```

⇒ Addition des trois paramètres de translation: dX = + 674.374 m, dY = + 15.056 m, dZ = + 405.346 m ⇒

Coordonnées cartésiennes géocentriques par rapport à ETRF93 / CHTRF95

```
$$3D Coordonnées cartésiennes géocentriques en ETRF93       07.04.1999 10:42
Zimmerwald                 4331291.08644   567554.84885  4633127.03205
Chrischona                 4273147.93110   575368.29357  4684903.63363
Pfaender                   4253563.55130   733522.35918  4681452.10646
La Givrine                 4377795.49755   468008.64598  4601077.26014
Monte Generoso             4390113.33388   696884.17197  4561132.95496
```

⇒ Éventuellement, conversion en

Coordonnées et élévations ellipsoïdiques par rapport à ETRF93

```
$$EL Coordonnées ellipsoïdiques en ETRF93                 07.04.1999 15:59
Zimmerwald                   7 27 54.984923   46 52 37.541533       947.1511
Chrischona                   7 40  6.983077   47 34  1.385301       504.9275
Pfaender                     9 47  3.697719   47 30 55.172799      1089.3764
La Givrine                   6  6  7.326361   46 27 14.690021      1258.2466
Monte Generoso               9  1 11.429926   45 55 49.983503      1741.2136
```